

بسم تعالی  
برگزیده مسائل ریاضی از کتاب نوکس

۱- مساحت زیر نمودار تابع را برآورد کنید

الف: با استفاده از مجموع یائینی با چهار مستطیل با عرض مساوی برای تابع

$$f(x) = x^2 \quad \text{بین } x=0 \text{ و } x=1.$$

ب: با استفاده از مجموع با گامی با دو مستطیل با عرض مساوی برای تابع

$$f(x) = 4 - x^2 \quad \text{بین } x=-2 \text{ و } x=2.$$

ج: با استفاده از مقدار تابع در نقطه میانی مستطیل با چهار مستطیل با عرض

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{بین } x=1 \text{ و } x=5.$$

۲- با استفاده از فرمول های مربوطه مجموع مقادیر زیر را بدست آورید

$$\left(\sum_{k=1}^7 k\right)^2 - \sum_{k=1}^7 \frac{k^3}{4} \quad \sum_{k=1}^5 \frac{k^3}{225} + \left(\sum_{k=1}^5 k\right)^3$$

$$\sum_{k=18}^{71} k(k-1) \quad \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{n} + 2n\right)$$

۳- نمودار توابع زیر را رسم کنید و مجموع میان تابع را حساب کنید

الف:  $f(x) = \sin(x)$  برای  $x \in [-\pi, \pi]$  که نقطه ابتدای زیر باز باشد و چهار قسمت مساوی تقسیم شده است.

ب:  $f(x) = x^2 - 1$  برای  $x \in [0, 1]$  که چهار نقطه میانی زیر باز و دو  $f(x)$  برای  $x \in [0, 1]$  که چهار قسمت مساوی تقسیم شده است.

۴- حد مجموع ریمان تابع  $f(x) = x^2 + 1$  را در  $n \rightarrow \infty$  میانه  $[a, b]$  با  $n$  زیر باز  $n$  و  $c_n$  نقطه یائینی زیر باز

یافته است. الف:  $f(x) = x + x^2$  برای  $x \in [0, 1]$  ب:  $f(x) = x^2 - x^3$  برای  $x \in [0, 1]$

۵- بکند مفهوم اشتراک معین حد های زیر را حساب کنید.

الف  $\lim_{\|p\| \rightarrow 0^+} \sum_{k=1}^n 2c_k^3 \Delta_k$  اثر  $P$  افزایش از بازه  $[-1, 0]$  باشد.

ب  $\lim_{\|p\| \rightarrow 0^+} \sum_{k=1}^n \sqrt{4-c_k^2} \Delta_k$  اثر  $P$  افزایش از بازه  $[0, 1]$  باشد.

۶- کف مساحت اشتراک های زیر را حساب کنید.

$\int_{-2}^4 (\frac{n}{2} + 3) dn$  ,  $\int_{-2}^1 |n| dn$  ,  $\int_{-4}^0 \sqrt{16-n^2} dn$

$\int_a^b 2n dn$  :  $b > a > 0$ .

۷- اشتراک های زیر را حساب کنید.

$\int_1^2 (3n^2 + n - 5) dn$  ,  $\int_1^2 (1 + \frac{n}{2}) dn$  ,  $\int_1^{\sqrt{2}} (n - \sqrt{2}) dn$

۸- بکند اشتراک معین، مساحت ناحیه محدود بین منحنی  $y = 3n^2$  و برابر بازه  $[0, 2]$  حساب کنید.

۹- متوسط تابع های زیر را برابر بازه های داده شده تعیین کنید.

الف:  $f(n) = (n-1)^2$  بازه  $[0, 3]$

ب:  $g(n) = |n| - 1$  بازه های  $[1, 3]$  و  $[-1, 3]$ .

۱۰- بکند مقیم مقدار میانگین برای اشتراک، محدود و تقریبی برای  
برای هر یک از اشتراک های زیر تعیین کنید.

$\int_0^1 \frac{dn}{1+n^2}$  ,  $\int_1^1 \sqrt{n+8} dn$

۱۱- انتگرال های زیر را حل کنید.

$$\int_1^4 (3n - \frac{n^3}{4}) dn, \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} +g^2(n) dn, \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (\sec(n) + \tan(n))^2 dn$$

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (t+1)(t^2+4) dt, \int_{-3}^{-1} \frac{n^5 - 2n}{n^3} dn, \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\sin(2n)}{2\sin(n)} dn$$

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} (\cos(n) + \sec(n))^2 dn, \int_{-4}^4 |n| dn, \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1}{2} (\cos(n) + |\cos(n)|) dn$$

۱۲- مشتق توابع زیر را حساب کنید.

$$\int_1^{\sqrt{n}} \cos(t) dt, \int_1^{\sin(n)} 3t^2 dt, \int_{\sqrt{n}}^0 \sin(t^2) dt, n \int_2^{n^2} \sin(t^3) dt$$

$$\int_{\sin(n)}^{\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} : |n| < \frac{\pi}{2}, \int_1^{n^4} \sqrt{t} dt, \int_{\cos(n)}^{\sin(n)} \frac{dt}{1-t^2}, \int_{\sqrt{9}}^{2\sqrt{9}} \sin(t^2) dt$$

۱۳- تابع  $f$  (اصلاً) تعیین کنید که  $f(1) = -2, \frac{df}{dn} = \sqrt{1+n^2}$

۱۴- به کمک روش تغییر متغیر انتگرال های زیر را حل کنید.

$$\int (3n+2)(3n^2+4n)^4 dn, \int n \sin(2n^2) dn, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (2 + \tan(\frac{n}{2})) \sec^2(\frac{n}{2}) dn$$

$$\int \frac{\cos(\sqrt{\theta})}{\sqrt{\theta} \sin^2(\sqrt{\theta})} d\theta, \int \sec^2(3n+2) dn, \int \sqrt{\frac{n-1}{n^5}} dn$$

$$\int \csc(\frac{n-\pi}{2}) \cot(\frac{n-\pi}{2}) dn, \int \frac{1}{n^3} \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} dn, \int n\sqrt{4-n} dn$$

$$\int n(n-1)^{1/2} dn, \int (n+5) \sqrt[3]{n-5} dn, \int (n+1)^2 (1-n)^5 dn$$

$$\int n^3 \sqrt{1+n^2} dn, \int 3n^5 \sqrt{1+n^3} dn, \int \frac{n}{(n-4)^3} dn, \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tan(n) dn}{\sqrt{2\sec(n)}}$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{2\sin(n)\cos(n) dn}{\sqrt{1+3\sin^2(n)}}$$

۱۵- تابع  $f$  را تحت هر یک از شرایط زیر تعیین کنید.

الف  $y' = 8\sin^2(x + \frac{\pi}{12}) : y(0) = 8$

ب  $y'' = 4\sec^2(2n)\tan(2n) : y(0) = -1, y'(0) = 4$

## توابع متعالی

۱۶- به کمک خواص لگاریتم عبارتها را ساده کنید.

$$\frac{\ln(35) + \ln(\frac{1}{7})}{\ln(25)}, \quad \ln(8n+4) - 2\ln(2), \quad 3\ln\sqrt[3]{t^2-1} - \ln(t+1)$$

۱۷- مشتق توابع زیر را حساب کنید.

$$y = (x^2 \ln(x))^4, \quad y = \frac{x \ln(x)}{1 + \ln(x)}, \quad y = \ln(\ln(x))$$

$$y = \ln \sqrt{\frac{(x+1)^5}{(x+2)^2}}, \quad y = \int_{\sqrt{x}}^{\sqrt[3]{x}} \ln(t) dt$$

۱۸- انتگرال‌ها را حساب کنید.

$$\int_1^2 \frac{2\ln(x) dx}{x}, \quad \int_2^{16} \frac{dx}{2x\sqrt{\ln(x)}}, \quad \int \frac{3\sec^2(x) dx}{6+3+g(x)}$$

۱۹- به کمک خواص لگاریتم مشتق توابع زیر را حساب کنید (مشتق لگاریتمی).

$$y = \sqrt{(x^2+1)(x-1)^2}, \quad y = \frac{\theta \sin(\theta)}{\sqrt{\sec(\theta)}}, \quad y = \sqrt[3]{\frac{x(x-2)}{x^2+1}}$$

$$y = (\sin(x))^{\sqrt{x}}, \quad y = \left( \frac{(x+1)(x-1)^5}{(x-2)(x+3)} \right)^5$$

۲۰- معادلات زیر را جواب  $x$  حل کنید.

$$e^{x \ln(0.2)} = 0.4, \quad (e^{x^2})(e^{2x+1}) = 1, \quad e^{-0.01x} = 1000$$

۲۱- مشتق توابع زیر را حساب کنید.

$$y = \cos(e^{x^2}), \quad y = \ln(3ne^x), \quad y = \ln\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right), \quad y = \int_{e^{4\sqrt{x}}}^{e^{2x}} \ln(t) dt$$

۲۲- انتگرال‌ها را حساب کنید.

$$\int_{\ln(2)}^{\ln(3)} e^x dx, \quad \int_{\ln(\frac{\pi}{6})}^{\ln(\frac{\pi}{2})} 2e^x \cos(x) dx, \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + e^{\cot(x)}\right) \csc^2(x) dx$$

$$\int \frac{e^x}{1+e^x} dx, \quad \int \frac{dx}{1+e^x}$$

۲۳ - مشتق تابع زیر را حساب کنید.

$$y = 5^{\sqrt{x}}, \quad y = \log_2(5x), \quad y = \log_4 x + \log_4 x^2, \quad y = \log_{25}(e^x) - \log_5 \sqrt{x}$$

$$y = 3 \log_8(\log_2 x)$$

۲۴ - انتگرال های زیر را حل کنید.

$$\int \frac{3^n}{3-3^n} dx, \quad \int \frac{x 2^{(x^2)}}{1+2^{(x^2)}} dx, \quad \int_1^4 \frac{\log_2(x)}{x} dx, \quad \int_1^{e^x} \frac{dt}{t}$$

۲۵ - در هر دو مشتق زیر را حساب کنید.

$$y = (\sqrt{x})^x, \quad y = x^{\sin(x)}, \quad y = (\ln(x))^{L_n(x)}, \quad y = \sin(x^n)$$

۲۶ - سطح حدود زیر را بنویسید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)^2}{x \sin(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(L_n(x))^2}{L_n(\sin(x))}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} x^{\frac{1}{x-1}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-1} \right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x+2} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin(x) L_n(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 3^x}{3^x + 4^x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{x^2}}{x e^x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{e^{-\frac{1}{x}}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{a}{x} \right)^x$$

۲۷ - مقادیر زیر را حساب کنید.

$$\operatorname{tg}(\sin^{-1}(-\frac{1}{2})), \quad \operatorname{ctg}(\sin^{-1}(-\frac{\sqrt{3}}{2})), \quad \cos(\operatorname{tg}^{-1}(-\frac{3}{2}))$$

۲۸ - مشتق تابع زیر را حساب کنید.

$$y = \sin^{-1}(1-x), \quad y = \operatorname{tg}^{-1}(\sqrt{x^2-1}) + \operatorname{csc}^{-1}(x)$$

$$y = L_n(\operatorname{ctg}^{-1}(x)), \quad y = \sec^{-1}(\frac{1}{x}), \quad y = \cos^{-1}(e^{-x})$$

۲۹ - انتگرال‌ها را حل کنید.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}, \int \frac{dx}{9+3x^2}, \int \frac{dx}{x\sqrt{25x^2-2}}, \int_1^2 \frac{dt}{8+2t^2},$$

$$\int_{-\sqrt{2}/3}^{-2/3} \frac{dy}{y\sqrt{9y^2-1}}, \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{2\cos(\theta)d\theta}{1+\sin^2(\theta)}, \int_1^{e^{1/4}} \frac{4dt}{t(1+\ln^2(t))}$$

$$\int \frac{\sec^2(y)dy}{\sqrt{1-\tan^2(y)}}, \int \frac{ydy}{\sqrt{1-y^4}}, \int_{-1}^0 \frac{6dt}{\sqrt{3-2t-t^2}}, \int_2^4 \frac{2dx}{x^2-6x+10}$$

$$\int \frac{x+4}{x^2+4} dx, \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}}, \int \frac{e^{\cos(x)} dx}{\sqrt{1-x^2}}, \int \frac{dx}{\sqrt{-2x-x^2}}$$

$$\int \frac{(\sin^{-1}(x))^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}, \int \frac{dy}{\tan^{-1}(y)(1+y^2)}, \int \frac{e^x \sin^{-1}(e^x) dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$$

۳۰ - انتگرال‌ها را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sec(x)}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\tan^{-1}(3x^2)}{7x^2}, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^{-1}(x^2)}{(\sin^{-1}(x))^2}$$

۳۱ - معادلات زیر را بر حسب تابع های بنویسید و سپس جواب را بنویسید.

$$\sinh(2\ln(x)), \cosh(3x) - \sinh(3x), (\sinh(x) + \cosh(x))^4$$

$$\ln(\cosh(x) + \sinh(x)) + \ln(\cosh(x) - \sinh(x))$$

۳۲ - مشتق بگیرید.

$$y = \ln(\cosh(x)), y = 2\sqrt{x} \tanh(\sqrt{x}),$$

$$y = \ln(\sinh(x)) - \frac{1}{2} \coth^2(x)$$

۳۳ - انتگرال بگیرید.

$$\int \sinh\left(\frac{x}{5}\right) dx, \int 4\cosh(3x - \ln(2)) dx,$$

$$\int_{\ln(2)}^{\ln(4)} \coth(x) dx, \int_1^2 \frac{\cosh(\ln(x))}{x} dx, \int_{\ln(10)}^{\ln(100)} 4\sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

۲۴- معادله های زیر را حل کنید.

$$3^y = 3 \ln(x)$$

$$e^{2y} = x^2, \quad \ln(y-1) = x + \ln(y)$$

۲۵- توابع زیر را از نظر آنتی مشتق با هم مقایسه کنید.

$$y = \cosh(x), \quad y = \sinh(x), \quad y = x, \quad y = e^x, \quad y = \ln(x)$$

۳۶- انتگرال های زیر را حل کنید.

$$\int x \ln(x) dx, \int x \sec^2(x) dx, \int x^2 e^x dx, \int (x^2 - 2x + 1) e^{2x} dx$$

$$\int \sin^{-1}(x) dx, \int e^x \sin(x) dx, \int x^5 e^x dx, \int x \sqrt{1-x} dx$$

$$\int \ln(x + x^2) dx, \int x (\ln(x))^2 dx, \int x \sin^{-1}(x) dx, \int (\cos(\sqrt{x})) dx$$

۳۷- انتگرال های زیر را حل کنید

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} 3 \cos^5(3x) dx, \int_{\pi/4}^{\pi/2} 8 \sin^4(x) dx$$

$$\int 16 \sin^2(x) \cos^2(x) dx, \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^2(2x) \cos^3(2x) dx$$

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1 - \cos(2x)} dx, \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \cos^2(x)} dx, \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \sin^2(x)} dx$$

$$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\sin^2(x)}{\sqrt{1 - \cos(x)}} dx, \int_0^{\pi/6} \sqrt{1 + \sin(x)} dx, \int_{-\pi}^{\pi} (1 - \cos^2(x))^{3/2} dx$$

$$\int \sec^4(x) + \tan^2(x) dx, \int_{-\pi/3}^0 2 \sec^3(x) dx, \int 4 + \tan^3(x) dx, \int 8 \cot^4(x) dx$$

$$\int \sin(3x) \cos(2x) dx, \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x) \cos(7x) dx, \int \cos(3x) \sin(2x) dx$$

$$\int \sin^3(x) \cos(2x) dx, \int \sin(x) \sin(2x) \sin(3x) dx$$

$$\int \frac{\sin^3(x)}{\cos^4(x)} dx, \int \frac{\tan^2(x)}{\sec(x)} dx, \int \frac{\cot(x)}{\cos^2(x)} dx, \int x \sin^2(x) dx$$

$$\int x \cos^3(x) dx$$

۳۸- انتگرال های زیر را حل کنید.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9+x^2}}, \int_0^2 \frac{dx}{8+2x^2}, \int \sqrt{25-x^2} dx, \int \frac{\sqrt{y^2-25}}{y^3} dy : y > 5$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-1}} : x > 1, \int \frac{x^2 dx}{(x^2-1)^{5/2}} : x > 1, \int_{\ln(4)}^e \frac{e^x dx}{\sqrt{9+e^{2x}}}, \int \frac{x dx}{\sqrt{1+x^4}}$$

$$\int \frac{\sqrt{1-(\ln(x))^2}}{x \ln(x)} dx, \int \sqrt{\frac{4-x}{x}} dx, \int \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-1}} dx, \int \sqrt{x} \sqrt{1-x} dx$$

$$\int \frac{x^2+8}{x^2-5x+6} dx, \int \frac{x+3}{2x^3-8x} dx, \int \frac{x^2}{(x-1)(x^2+2x+1)} dx,$$

$$\int \frac{dx}{x+x^4}, \int \frac{2x^3+8x^2+8x+4}{(x^2+2x+2)^2} dx, \int \frac{e^x dx}{e^{2x}+3e^x+2},$$

$$\int \frac{\sin(\theta) d\theta}{\cos^2(\theta)+\cos(\theta)-2}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^3}-\sqrt{x}}, \int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx$$

$$\int \frac{dx}{x(1+x^4)}, \int \frac{dx}{x\sqrt{9+x}}, \int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}, \int \frac{dx}{e^x-1}, \int \sqrt{1+\sqrt{1+x}} dx$$

$$\int \frac{dx}{x^4+4x^2+3}, \int \frac{dx}{1+\sin(x)+\cos(x)}, \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\cos(x) dx}{\sin(x)\cos(x)+\sin(x)}$$

$$\int \frac{\cos(x) dx}{1-\cos(x)}, \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos(x)}, \int \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1+x}}, \int \frac{\ln(x) dx}{x+x\ln(x)}$$

۴۲ - سبب توانی زیر را مقفول کنید .

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n} x^n, \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n+1)}{4 \cdot 9 \cdot 14 \cdots (5n-1)} (x-1)^n, \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-x^2)^n}{n+1}, \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2 x^{2n}}{(\ln(n))^n}, \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n+1}, \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{5^n (n+1)^2}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}, \sum_{n=1}^{+\infty} n^n x^n$$

۴۳ - سبب توانی زیر را مقفول کنید .

$$y = \frac{1}{1-x}, y = \frac{1}{1+x}, y = \frac{1}{x}, y = \frac{1}{x+2}$$

$$y = \frac{1}{2n+1}, y = \frac{1}{1-x^2}, y = \frac{1}{1+x^2}, y = \ln(1+x)$$

$$y = f'_g(x), y = \frac{\sin(x)}{x}, y = x^2 e^x, y = e^{-x^2}, y = x^2 \cos(\sqrt{x})$$

$$y = \sin(x) \cos(x)$$

۴۴ - مقفول کنید سبب توانی زیر مربوط به کدام توانی است .

$$\sum_{n=0}^{+\infty} x^n, \sum_{n=0}^{+\infty} (x-1)^n, \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n+1}, \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$$

۴۵ - انتگرال های زیر را حل کنید .

$$\int e^{x^2} dx, \int \frac{\sin(x)}{x} dx, \int_0^1 \sin(x^2) dx, \int \frac{1 - \cos(x)}{x^2} dx$$

$$\int_0^1 \sqrt{x} \sin(x) dx$$